

台灣格點量子色動力學研究團隊 (TWQCD Collaboration) 簡介

趙挺偉 (Ting-Wai Chiu)^a , 謝東翰 (Tung-Han Hsieh)^b,
施羅斯 (Wolfram Schroers)^c , 小川兼司 (Kenji Ogawa)^d

- ^a 國立台灣大學物理學系教授
- ^b 中央研究院應用科學研究中心助研究技師
- ^c 國立台灣大學物理學系客座專家
- ^d 國立台灣大學物理學系博士後

格點量子色動力學 (Lattice QCD) 是目前以非微擾的方式研究強作用力 (Strong Interaction) 規範場理論中, 最成功且有效的方法。我們的研究團隊是台灣最早採用此研究方法, 並獲得許多重大研究成果的團隊。我們是直接從格點化的 QCD 作用量出發, 在時空格點上用 Monte Carlo 法進行第一原理的強作用力規範場模擬計算, 接著由規範場組態中計算夸克傳播子 (quark propagator), 最後再由夸克傳播子組成可用來「探測」各種物理量的運算子, 以得出物理結果。

在 Lattice QCD 的研究中, 如何在格點化的時空點上寫下費米運算子, 使其保有所有連續化理論中重要性質, 長久以來一直是一大挑戰。直到上個世紀末, Domain Wall fermion [1] 與 Overlap 費米運算子 [2,3] 等理論提出後, 由於其在時空格點上仍保有精確手則對稱 [4], 於是格點上的費米運算子終於有正確的實作方案。TWQCD Collaboration 的主持人趙挺偉教授, 也在此方面的理論發展中做出許多重要的貢獻。在 2003 年, 他提出了 Optimal Domain Wall fermion [5,6], 不僅在五維格點 (即四維時空格點再加上一維的 internal flavor space) 上寫下具精確手則對稱「最佳化」的費米運算子, 成功地闡釋了時空格點上的費米場, 並以統一的觀點解釋四維的 Overlap 運算子以及五維的 Domain Wall fermion 之間的連繫, 實為 Lattice QCD 理論發展史上傑出的貢獻。

我們團隊的研究方向, 主要包括具精確手則對稱之費米運算子的理論發展與實作、強子能譜與衰變常數、強作用力規範場的拓樸結構 (topological structure)、以及具精確手則對稱之動態費米子 (dynamical fermion) 的理論研究等。在過去, 我們採用了 Nested Conjugate Gradient [7,8] 與 Double Pass [9,10] 演算法, 開發了可以在大規模平行計算環境下, 進行 Overlap 運算子之 quark propagator 及 near-zero eigenmodes 的計算程式, 並在強子能譜 (hadron spectroscopy) 方面的研究中得到許多重要的成果。自 2006 年下半年開始, 我們開始與日本 JLQCD 團隊合作, 進行動態費米子計算以及其規範場的拓樸性質研究。以下就我們近三年來的研究方向與成果, 做一個概略性的介紹。

一、Pseudoscalar Meson Decay Constants f_D and f_{D_s}

Pseudoscalar meson 的衰變常數: f_D 與 f_{D_s} 等, 在決定不同種類夸克間的變遷率 (即 CKM matrix 之矩陣元素)、驗證標準模型 (Standard Model) 以及超越標準模型等方面的研究, 都扮演相當重要的角色。在 2005 年, 我們由 $20^3 \times 40$ 、格點間距 $a^{-1} = 2.237(76)$ GeV 的格點計算中, 成功地得出了 f_D 與 f_{D_s} 的值 [11], 分別為

$$f_D = 235(8)(14) \text{ MeV}$$

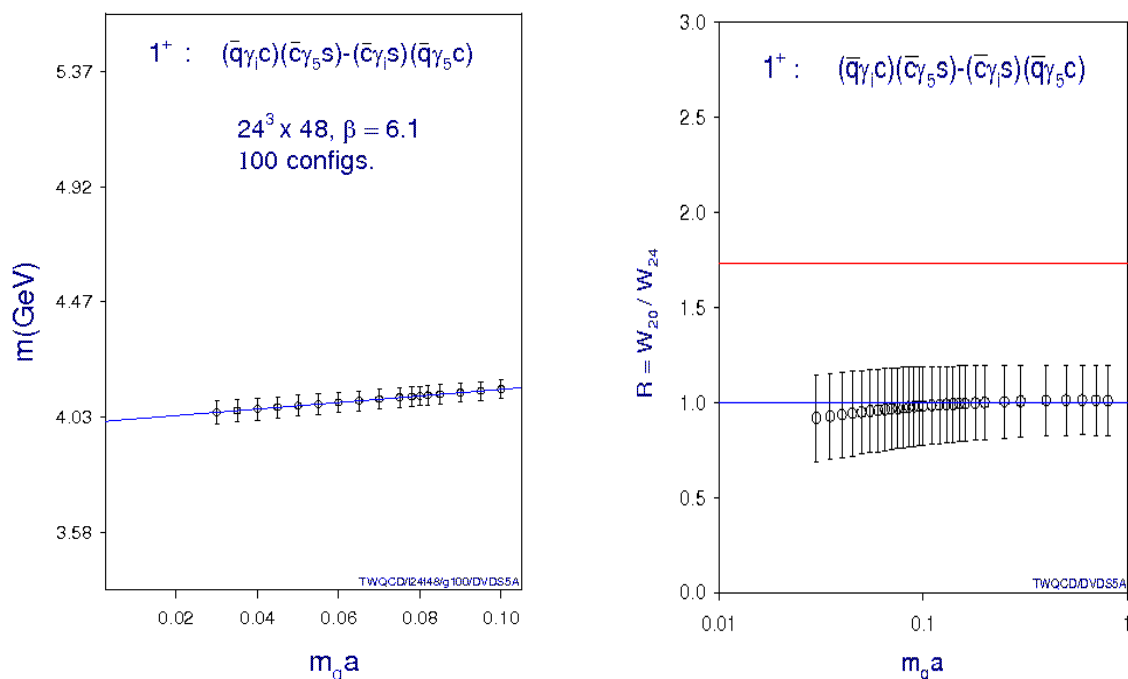
$$f_{D_s} = 266(10)(18) \text{ MeV}$$

此結果與高能實驗團隊 CLEO Collaboration 的量測結果相當吻合 [12]。我們證明了, 只要採用正確的費米運算子 (即具備精確手則對稱), 即使是在 quench 近似下, 依然可以得出準確的物理結果。

二、Spectrum of Charmonium-like Vector Mesons

自從 2003 年四月, BABAR 實驗團隊發現了 $D_s(2317)$ 以來 [13], 一系列帶 charm quark 的全新 heavy meson 陸陸續續出現在各實驗團隊的新發現名單中, 其中最受人注目的新 charmonium meson 包括: X(3872) [14]、Y(3940) [15]、Y(4260) [16]、Z(3930) [17]、以及 X(3940) [18]。它們都很難由原有的 charmonium 能譜或激發態來解釋。因此, 它們很有可能是 "奇異" (非 quark-antiquark) 的 meson, 以完全不同於一般 meson 的形態存在。由理論模型的猜測, 它們很有可能是由四個夸克所組成的 molecule 或 diquark-antidiquark meson, 或者是由兩個夸克以及膠子所聚合而成的 hybrid meson 等形態存在。

針對此一問題, 我們參考現有的理論模型來設計我們的運算子, 探討了 QCD 中幾種可能的 meson 量子態: $J^{PC} = 1^{-}$ [19]、 $J^{PC} = 1^{++}$ [20]、以及 $J^P = 1^+$ [21], 並與實驗結果相比較。由第一原理的理論計算, 我們發現 X(3872) (其量子態為 $J^{PC} = 1^{++}$) 可能以 molecular 或 diquark-antidiquark 的形式存在 [19], 而 Y(4260) (其量子態為 $J^{PC} = 1^{-}$) 則比較偏向 molecule 的形式 [20]。我們的結果強烈地支持了這兩個新的 charmonium meson 並非任何已知 charmonium 能譜的激發態。至於 $J^P = 1^+$ (其夸克組成為 $(c\bar{s}\bar{c}\bar{q})/(cq\bar{c}\bar{s})$), 我們的結果顯示, 不論使用 molecule 或 diquark-antidiquark 運算子, 都能偵測到此強子態 (圖一)。因此, 我們做出了理論預測: $J^P = 1^+$ 之 4-quark meson 應該存在於 QCD 能譜, 其質量為 4010(50) MeV, 將來實驗上應該能找得到此強子 [21]。同時, 我們的研究成果也更進一步為國外的 Belle 高能物理實驗團隊提示了一個可能的實驗方向, 並在最近 (2007 年 8 月) 促成他們發現一個新的強子態: Z(4430) [22], 這是第一個明確的實驗證據, 證明 QCD 能譜中確實存在由四個夸克所組成的 meson。



圖一：我們採用 molecule 運算子來探測 QCD 的 $J^P = 1^+$ state，其 chiral extrapolation 至真實的 u/d 夸克質量，結果我們得到該 state 的質量為 4007(34)(31) MeV (左圖)；經由兩個不同大小的格點 ($20^3 \times 40$ 與 $24^3 \times 48$) 的 spectral weight 比值測試，在不同的夸克質量下其比值都很接近 1.0，此結果顯示其為 resonance state，而不是 scattering state。除此之外，我們採用 diquark-antidiquark 也得到同樣的結果，因此我們預測 QCD 存在此一 4-quark resonance state，未來實驗上應該會找到它。

三、Heavy Quark Physics

在重夸克物理的研究方面，過去幾乎所有的 Lattice QCD 研究團隊都採用「重夸克近似」或「非相對性夸克近似」等方式，假設強子中重夸克的質量相當大，是幾乎靜止的，在這樣的近似下來探討相關的物理問題。然而，這些近似法往往會引入複雜的重整化等處理程序，而其所帶來的系統誤差也常常難以適當地控制。

由於在 QCD 中，所有的夸克都是由 Dirac 費米場激發產生的，故當我們在做理論研究時，必須盡可能保有這些重要的特性。故此我們採取了不一樣的研究方式：我們採用具精確手則對稱之費米運算子，統一處理強子內所有的輕、重夸克，將它們都視為 Dirac 費米子，並嘗試在同一個格點上，模擬並計算含重夸克的物理系統。

由於在進行含輕夸克系統的計算時，我們必須採用足夠大的格點體積，以減低邊界效應帶來的誤差；相反的，若要進行含重夸克系統的計算時，我們必須選取足夠小的格點間距，以減小格點化所引起的誤差。若我們所研究的系統同時包含輕及重的夸克時，則我們就必須同時滿足這兩個要求，這意味著我們必須進行相當大的格點計算，使得當縮小格點間距的同時，

也能保有適當的格點體積。以現階段的電腦能力，我們仍然無法進行足夠大的格點計算，將夸克質量範圍拓展到包含重夸克以及最輕的 u/d 夸克的實際質量。但如果我們將目標放在只包含 s, c, 與 b 夸克的物理系統（其質量範圍為 100 MeV \square 4.6 GeV），我們仍然可以在 $32^3 \times 60$ 的格點上，格點間距為 $a^{-1} = 7680(59)$ MeV，進行我們的模擬計算，同時也將邊界效應誤差以及格點化誤差控制在可接受範圍內。

$\bar{Q}\Gamma q$	Mass(MeV)	f_p (MeV)	PDG
$\bar{b}\gamma_5 b$	9383(4)(2)	801(7)(5)	η_b (9300)
$\bar{b}\gamma_5 c$	6278(6)(4)	489(4)(3)	B_c (6287)
$\bar{b}\gamma_5 s$	5385(27)(17)	253(8)(7)	B_s (5368)
$\bar{c}\gamma_5 c$	2980(10)(12)	438(5)(6)	η_c (2980)

表一：我們所得到的 pseudoscalar meson 的質量與衰變常數 f_p ，並與 PDG (Particle Data Group) 上的實驗量測數據相比較，顯示我們的結果與實驗的相當一致。此外，我們也計算了 scalar, vector, axial-vector, 以及 tensor meson 的能譜，其中有許多粒子態是實驗尚未發現的，故我們也針對這些粒子態提出理論預測。

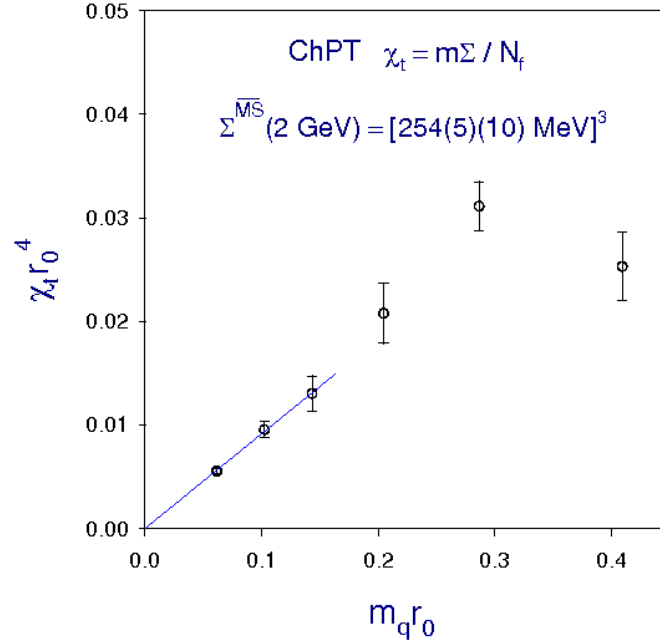
我們是全世界第一個嘗試這種方法研究重夸克物理的團隊，而我們所得出的 $b\bar{b}$ 、 $c\bar{c}$ 、 $s\bar{b}$ 以及 $c\bar{c}$ 等 meson 的質量，以及其 pseudoscalar meson 的衰變常數（表一）[23]，都與實驗上所量測的結果相當吻合，同時我們也做了很多理論預測，並且估計了 b 與 c 夸克的質量。我們相信，以現有的電腦計算能力，在不久的將來這個方法將會日漸普及，為重夸克物理的格點計算研究開啓一個新的方向。

四、The Vacuum of QCD

剖析 QCD 的真空組態長久以來一直是理論物理的一大難題。由於其本質上是一個非微擾的問題，故我們只能採用 Lattice QCD 來進行研究。此外，採用 Overlap 或 Domain-Wall fermion 來描述格點上的費米子，以確保格點上精確手則對稱，也是相當重要的。

自 2006 年起，日本的 JLQCD 研究團隊使用 KEK 高能實驗室的 IBM Bluegene 超級電腦系統（其運算性能高達 50 Teraflops），開始進行 Overlap 費米運算子之動態費米子的模擬計算 [24]。由於此一計算需要相當大量的計算資源，且由於 Overlap 費米運算子的特性，在模擬過程中，其規範場很難在不同的拓樸組態之間躍遷，這使得我們即使花了大量計算資源在進行電腦模擬，我們也幾乎很難得出正確的 QCD 真空組態的模擬結果。為了節省計算資源，JLQCD 團隊將整個模擬計算固定在同一個規範場拓樸組態（即拓樸荷 $Q=0$ ）中進行，使得整個計算中規範場完全不會有不同的拓樸組態之間的躍遷 [25]。但緊接而來的問題是：我

們是否能夠由這樣的模擬計算中，從中截取出符合真正 QCD 的真空組態，讓接下來量測的物理量可以得出正確的物理結果？



圖二: Topological susceptibility χ_t versus sea quark mass m_q .

自 2006 年下半年起，我們團隊與 JLQCD 團隊合作，正式參與 Overlap 費米運算子之動態費米子模擬計算的相關研究計畫。針對模擬計算中，要從固定的規範場拓樸組態中得到真正的 QCD 真空組態這個問題，我們的想法是，即使規範場的拓樸組態是固定的，但若我們能測量規範場局部的擾動現象，我們仍然能夠得到 QCD 真空組態中的拓樸結構擾動（即為 topological susceptibility），進而能完整描述 QCD 真空組態 [26,27]。

這一項合作研究計畫，最近已有了重要的成果 [28,29,30]。在 $16^3 \times 32$ ，格點間距 $a = 0.12$ fm 的格點上，我們進行了 2 flavor、總共 6 個不同的 sea quark 質量的動態 Overlap 費米子模擬，並從 $Q=0$ 的拓樸組態中，成功地得出 topological susceptibility χ_t 。在微小的 sea quark 質量範圍內，我們所得出的 χ_t 與 sea quark 質量成正比，符合手則微擾理論 (chiral perturbation theory) 的預測 (圖二)，同時由 Leutwyler-Smilga 的關係式: $\chi_t = m\Sigma / N_f$ ，我們得出 $\Sigma^{\overline{\text{MS}}}(2 \text{ GeV}) = [254(5)(10) \text{ MeV}]^3$ ，與我們先前在 ε -regime [29,30] 的研究結果一致。

五、Dynamical Fermion with Exact Chiral Symmetry

除了與 JLQCD 的合作之外，我們也獨立進行具精確手則對稱之動態費米子模擬計算研究，希望可以發展出創新的演算法，以更高的效率進行動態費米子的計算工作。我們採用了 Optimal Domain Wall Fermion [5,6] 做為我們的費米運算子。經由初步測試，我們發現若採用 Even-Odd Preconditioning，可以有效地縮減費米運算子的 condition number，使得在模擬計算過程中，用 conjugate gradient 演算法求解其線性方程時，可以有效地加速收斂的過程，以達到加快計算速度的目的。我們現正開發 4+1 維的 QCD 模擬計算程式，並進一步改進演算法，希望能進行 Optimal Domain Wall Fermion 之動態費米子的模擬計算，並開啓更廣泛且深入的 QCD 研究工作。

參考文獻:

- [1] D. B. Kaplan, Phys. Lett. B 288 (1992) 342; Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 30 (1993) 597.
- [2] R. Narayanan, H. Neuberger, Nucl. Phys. B 443 (1995) 305.
- [3] H. Neuberger, Phys. Lett. B 417 (1998) 141.
- [4] P. H. Ginsparg, K. G. Wilson, Phys. Rev. D 25 (1982) 2649.
- [5] T. W. Chiu, Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 071601.
- [6] T. W. Chiu, hep-lat/0303008; Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 129 (2004) 135.
- [7] H. Neuberger, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 4060.
- [8] T. W. Chiu, T. H. Hsieh, Phys. Rev. D 66 (2002) 014506; Nucl. Phys. B 673 (2003) 217.
- [9] H. Neuberger, Int. J. Mod. Phys. C 10 (1999) 1051.
- [10] T. W. Chiu, T. H. Hsieh, Phys. Rev. E 68 (2003) 066704.
- [11] T. W. Chiu, T. H. Hsieh, J. Y. Lee, P. H. Liu, H. J. Chang, Phys. Lett. B 624 (2005) 31.

- [12] M. Artuso, et al. [CLEO Collaboration], Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 251801; Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 071802.
- [13] B. Aubert et al. [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 242001.
- [14] S. K. Choi et al. [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 262001.
- [15] S. K. Choi et al. [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 182002.
- [16] B. Aubert et al. [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 142001.
- [17] S. Uehara et al. [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 082003.
- [18] K. Abe et al. [Belle Collaboration], hep-ex/0507019.
- [19] T. W. Chiu, T. H. Hsieh [TWQCD Collaboration], Phys. Rev. D 73 (2006) 094510.
- [20] T. W. Chiu, T. H. Hsieh [TWQCD Collaboration], Phys. Lett. B 646 (2007) 95.
- [21] T. W. Chiu, T. H. Hsieh [TWQCD Collaboration], Phys. Rev. D 73 (2006) 111503.
- [22] K. Abe et al. [Belle Collaboration], hep-ex/0708:1790.
- [23] T. W. Chiu, T. H. Hsieh [TWQCD Collaboration], Phys. Lett. B 651 (2007) 171; PoS LAT2006 180.
- [24] T. Kaneko et al. [JLQCD Collaboration], PoS LAT2006 (2006) 054.
- [25] H. Fukaya, S. Hashimoto, K. I. Ishikawa, T. Kaneko, H. Matsufuru, T. Onogi, N. Yamada [JLQCD Collaboration], Phys. Rev. D 74 (2006) 094505.
- [26] S. Aoki, H. Fukaya, S. Hashimoto, T. Onogi, arXiv:0707.0396 [hep-lat].
- [27] R. Brower, S. Chandrasekharan, J. W. Negele, U. J. Wiese, Phys. Lett. B 560 (2003) 64.

[28] S. Aoki, T. W. Chiu, H. Fukaya, S. Hashimoto, T. H. Hsieh, T. Kaneko, H. Matsufuru, J. Noaki, K. Ogawa, T. Onogi, N. Yamada [JLQCD and TWQCD Collaborations], arXiv:0710.1130 [hep-lat].

[29] H. Fukaya et al. [JLQCD Collaboration], Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 172001.

[30] H. Fukaya et al. [JLQCD and TWQCD Collaborations], Phys. Rev. D74 (2006) 094505.